La conception traditionnelle des mathématiques

Les plus anciens documents mathématiques remontent à environ trois millénaires avant notre ère. Ils nous présentent une mathématique encore embryonnaire où, pourtant déjà, sous des traits peu accusés, on décèle les éléments d'une structure et d'un arrangement systématique. Depuis cette époque lointaine, les mathématiques n'ont pas cessé de se développer. Lent au début, le rythme de leur progrès s'est accéléré peu à peu pour devenir, à partir du XVI^e siècle surtout, d'une rapidité vertigineuse. Tout au long de ce développement, d'innombrables additions et modifications de toute espèce sont apparues, amenant, en cours de route, la création de nouvelles disciplines ainsi que l'élargissement et le perfectionnement des anciennes.

Mais, de plus en plus étendues et profondes, ces modifications ne devaient pas se borner au contenu des disciplines; elles finirent par affecter la conception elle-même qu'on se fait des mathématiques. Or, si on ne tient pas compte de courants secondaires de pensée, on peut reconnaître deux conceptions principales de la nature des mathématiques, deux conceptions nettement différentes qu'il est à propos d'appeler conception ancienne et conception contemporaine en raison de leur relation temporelle. La première voit, dans la mathématique, la science de la quantité. Elle a prévalu jusqu'au milieu du siècle dernier,[1] mais, à partir de cette date, elle a cédé graduellement la place à une nouvelle conception où la quantité n'a plus rien à voir aux mathématiques, ou, à tout le moins, n'en constitue pas, comme autrefois, le sujet adéquat.

Seule la conception ancienne retiendra notre attention.[2] Bien plus, dans ce cadre, nous ne retiendrons que la position aristotélico-thomiste,

1. Un peu avant le milieu du XIX^e siècle, Bernard Bolzano écrivait encore: « . . . mathematics, the doctrine of quantity . . . », bien qu'on puisse le considérer comme un innovateur et un précurseur de la doctrine cantorienne de l'infini. Cf. *Paradoxes of the Infinite*, trad. Prihonsky, London, Routhledge and Kegan Paul, (1950), p. 75.

2. En général, cette conception ancienne n'a plus cours aujourd'hui. Toutefois, rien n'empêche qu'il est utile, voire indispensable, de la reconnaître pour mieux comprendre la conception contemporaine elle-même, sans compter l'intérêt historique qui s'y attache. La conception ancienne correspond aux mathématiques telles qu'elles ont existé jusque vers la fin du siècle dernier; la conception nouvelle se fonde sur les développements survenus depuis moins d'un siècle. Or, les traits qui caractérisent les mathématiques contemporaines existaient déjà, en germe, dans les mathématiques antérieures: il suffit de pousser à leur extrême limite certains aspects des disciplines antérieures pour voir surgir le visage des mathématiques contemporaines. La connaissance des mathématiques anciennes nous fait en quelque sorte pressentir et entrevoir les mathématiques d'aujourd'hui.

et encore, dans une perspective très limitée: celle de dégager et d'expliquer l'aspect particulier de la quantité qui, dans cette conception, fait le sujet propre de la mathématique. Pour être complet, pareil exposé devrait aborder trois points: rappeler ce que les Anciens entendaient par science, définir la quantité et, finalement, préciser ce qui, en elle, appartient en propre à la considération mathématique. Même si le premier point revêt une importance énorme — la science est conçue, aujourd'hui, d'une manière si différente de celle d'autrefois —, néanmoins, nous renoncerons à en faire l'analyse. Nous nous en tiendrons donc à la quantité et à ce qui, en elle, fonde le savoir proprement mathématique.

I. QUANTITÉ

La connaissance de la quantité s'acquiert très tôt et sans effort. Il s'agit, bien entendu, d'une connaissance rudimentaire et fort confuse. Néanmoins, malgré son imperfection, elle n'en inclut pas moins les éléments essentiels à la quantité. Et c'est par l'analyse minutieuse des données primitives qu'elle nous apporte, par leur épuration, par la séparation des éléments essentiels des scories et données étrangères qu'on parvient à la connaissance distincte cherchée. Parmi les données fondamentales fournies par une connaissance initiale de la quantité, il en est qu'il est facile de reconnaître et qui fournissent un excellent point de départ. Elles forment deux couples: celui de tout et de partie et celui de division et de composition.

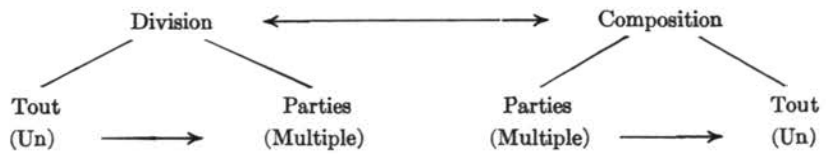
1. *Tout et parties*

Les notions de tout et de partie s'offrent avec des caractères très généraux qu'il faut d'abord leur reconnaître. Très communes, elles surgissent partout; analogiques, elles présentent de multiples visages; corrélatives, elles s'appellent l'une l'autre, se comprennent l'une par l'autre et n'ont de sens que dans leur rapport réciproque.[1] Au couple tout-partie, celui de composition-division est étroitement lié. Et ces deux notions, comme les précédentes, sont reliées l'une à l'autre comme un inverse à son inverse: la composition correspond à la division, et vice-versa. En outre, c'est en liaison avec tout et parties que nous voyons mieux la parenté entre composition et division. Ce que l'on compose en effet, c'est un tout, et cela, à partir d'éléments qu'on joint ensemble et qui, par suite, prennent le nom de parties. Pareillement, ce qu'on divise, c'est un tout et la division engendre des parties. Dans

1. Cf. S. Thomas, *C. G.*, II, c.72: « Cum enim totum dicatur per relationem ad partes, oportet totum diversimode accipi sicut diversimode accipiuntur partes ». Et on peut également lire *In III Phys.*, lect. 1: « Continuum enim, cum sit quoddam totum, per partes suas definiri habet ».

une composition, on va des parties au tout, du multiple à l'un; dans une division, on va du tout aux parties, de l'un au multiple.[1]

Le schéma suivant nous fait découvrir, dans un unique et rapide coup d'œil, les liens unissant ces notions:



Comme le tout et les parties se réalisent de plusieurs façons, il devient nécessaire d'en reconnaître et d'en distinguer les modes. Un travail de division et d'élimination bien fait devrait nous amener à localiser correctement la quantité parmi les différents cas de touts et de parties. Nous accomplirons cette tâche en utilisant avec grand profit deux textes de saint Thomas tirés, l'un des *Sentences*, l'autre commentaire de la *Métaphysique* d'Aristote.[2]

Simple et concis, le premier texte nous fournit un excellent point de départ. Saint Thomas distingue trois genres de touts: le tout intégral, le tout universel, le tout potentiel. À chacun correspond un genre approprié de parties: la partie intégrante, la partie subjective, la partie potentielle. Comme la nature d'un tout varie en fonction de celle des parties qui s'y rattachent,[3] saint Thomas se contente de notifier chaque genre de parties, commençant par le cas le plus manifeste, celui de la partie intégrante. Il la définit comme étant celle qui entre dans la constitution même d'un tout. Et en guise d'illustration, il apporte un exemple aussi simple que concret: celui du mur comme partie de la maison. Au tout universel, correspond la partie subjective;[4] à la différence de la partie intégrante, celle-ci n'entre pas dans la constitution du tout, mais elle reçoit la prédication du tout. Exemple: *homme*, intention seconde d'espèce, est partie subjective du tout universel *animal*, car dans l'énoncé *l'homme est animal*, *homme* est sujet de prédication. On perçoit aisément qu'en pareil cas, la partie *homme* n'est pas élément constitutif d'animal; c'est plutôt l'inverse qui se vérifie.[5] Enfin, la partie potentielle se distingue à la fois des deux

1. Cf. S. Thomas, *In De Causis*, lect.8, n.187: « Est enim divisio quidam motus ab unitate ad multitudinem ».

2. *In III Sent.*, d.33, q.3, a.1, sol. 1; *In V Metaph.*, lect.21.

3. Rappelons cette remarque de saint Thomas signalée plus haut: « Cum enim totum dicatur per relationem ad partes, oportet totum diversimode accipi sicut diversimode accipiuntur partes. » *C. G.*, II, c.72.

4. Saint Thomas n'emploie pas le mot « subjectif » dans ce passage; mais il le fait dans l'autre texte signalé, celui du commentaire de la *Métaphysique*.

5. Par rapport à ses espèces, le genre fait, peut-on dire, un drôle de tout. Ne contenant pas ses espèces en acte, on se demande à bon droit s'il est juste et correct de l'appeler un tout. Une raison aussi plausible que simple paraît être la suivante: c'est qu'on parle de tout là où une division quelconque est possible.

autres: elle n'entre pas dans la constitution d'un tout, ni ne reçoit la prédication d'un tout. Ce qu'elle a de caractéristique, c'est de posséder, de façon limitée seulement, ce qu'on trouve en totalité dans une autre entité distincte. Ainsi l'âme sensitive et l'âme humaine sont entre elles comme la partie potentielle et le tout potentiel. L'âme humaine renferme un degré de perfection, une multitude de facultés et de virtualités qu'on ne trouve pas toutes dans l'âme sensitive. L'âme humaine fait ainsi figure de tout: c'est, pour ainsi dire, l'âme totale. En comparaison, l'âme sensitive fait figure de partie; par suite, on parlera d'elle comme d'une partie potentielle.

Déjà, à ce stage de notre démarche, nous sommes en mesure de faire de l'élimination. D'ores et déjà, en effet, nous pouvons écarter le tout universel et le tout potentiel, car, manifestement, la quantité n'a pas sa place parmi eux: [1] cela est assez clair par soi-même pour rendre superflue toute explication. Par conséquent c'est au sein même du tout intégral qu'il faudra chercher à localiser la quantité. Mais, réalisable de plusieurs façons, le tout intégral requiert lui-même des subdivisions dont la première présente le tout intégral comme divisible en parties soit homogènes soit hétérogènes.[2] Sont hétérogènes les parties dont la nature varie de l'une à l'autre; homogènes, celles qui sont de même nature entre elles et, parfois même, avec le tout. Le tout intégral à parties hétérogènes se rencontre sur deux plans: le plan réel et le plan logique des intentions secondes. Essence et existence, substance et accident, matière et forme sont autant de parties hérérogènes auxquelles donne lieu la division d'un tout intégral. Le genre et la différence spécifique, par contre, se situent sur le plan logique: ce sont des parties intégrantes et hétérogènes du tout logique constitué par une intention seconde, celle notamment de la définition d'une espèce.

Beaucoup d'entités, en plus de leur division en parties hétérogènes, sont susceptibles d'une division en parties homogènes; tels sont le bois, la pierre, l'eau, etc. Prenons le cas particulier de l'eau. Celle-ci se décompose en oxygène et en hydrogène, mais elle se divise également en volumes inférieurs d'eau. Ces deux modes de division engendrent des parties intégrantes, hétérogènes dans le premier cas, homogènes dans l'autre. Mais remarquons que l'obtention de parties d'un caractère différent est liée à un processus différent. La séparation de l'eau en oxygène et hydrogène découle du procédé chimique de l'électrolyse; il ne s'agit pas là d'une division pure, d'une simple coupure, mais d'une véritable transformation impliquant une altération. Bien différente est la division d'un volume d'eau en volumes inférieurs: c'est un partage qui ne suppose aucune transformation, mais une pure et simple division, une coupure mécanique, voire imaginaire. Si ces deux types de

---

1. Bien entendu, la quantité prise comme genre fait figure de tout universel vis-à-vis de ses espèces. Mais ce n'est pas cela dont il s'agit pour le moment.

2. Cf. S. THOMAS, *Ia*, q.11, a.2, ad 2.

division se retrouvent à propos de l'eau, ils ne lui appartiennent pas au même titre: la première en effet est exclusive à l'eau, la seconde est commune à l'eau et à une multitude d'autres entités ayant en commun la quantité et, si elle se vérifie de l'eau, c'est parce que celle-ci est quantitative. La division d'une entité quelconque en parties homogènes apparaît en effet comme caractéristique de la quantité, de toute quantité. Tout volume se partage en volumes, toute surface se divise en surfaces, toute ligne se décompose en lignes; de même, tout nombre — entendons ici les nombres entiers — se partage en nombres inférieurs et, en dernière instance, en unités qui, sans être des nombres proprement dits, sont toutefois principes constitutifs des nombres et, à ce titre, homogènes, i.e., appartenant au même genre que le nombre.

Résumons dans un bref tableau les résultats de notre démarche:

Tout { Potentiel
Universel
Intégral { hétérogène { réel
logique
homogène (quantitatif)

Ce tableau nous permet d'identifier la quantité avec le tout divisible en parties intégrantes, homogènes, extérieures les unes aux autres. Il est essentiel d'ajouter « extérieures les unes aux autres » si l'on veut décrire exactement la quantité. Que veut-on dire par là ? Pour l'expliquer, utilisons un exemple simple. Prenons une ligne. Elle se compose de lignes en qui elle peut se diviser. Et, selon notre bon plaisir, nous pouvons la partager en lignes plus ou moins nombreuses et plus ou moins longues. Mais réduisons le cas aux conditions les plus simples possibles. Considérons donc une ligne qui serait faite de deux lignes seulement, et, par surcroît, d'égale longueur:

A C B

Quelle est la différence, d'une part, entre la ligne entière AB et les demi-lignes AC et CB, et, d'autre part, entre les deux demi-lignes AC et CB ? Partout il ne s'agit que de lignes, donc d'entités de même nature; seule une différence de longueur distingue la ligne AB de ses segments constitutifs. Quant aux demi-lignes AC et CB, elles ne diffèrent même pas l'une de l'autre par leur longueur puisqu'elles sont égales. Elles se distinguent pourtant et ne se confondent pas, car l'une n'est pas l'autre même si, par ailleurs, elles sont en tout point semblables. Que l'une ne soit pas l'autre, que l'une soit à droite et la seconde à gauche, c'est cela qu'on veut exprimer quand on précise que les parties de la quantité sont extérieures les unes aux autres.

On voit par là que la quantité, ainsi réduite à son fond essentiel, apparaît comme une entité extrêmement dépouillée et d'une pauvreté

déconcertante. Par suite, n'est-il pas fort étonnant de découvrir qu'une réalité si pauvre puisse donner naissance à un univers de connaissances aussi riche et aussi illimité que celui des mathématiques ?

II. QUANTITÉ ET MATHÉMATIQUES

Une seule et même science peut traiter d'entités différentes par leur nature à condition qu'elles possèdent toutes une formalité commune. Inversement, une seule et même entité pourra faire l'objet de plusieurs sciences pourvu qu'elle présente des aspects différents dont chacun sera du ressort d'une discipline particulière. C'est précisément le cas de la quantité: la métaphysique, la mathématique et la science naturelle s'en occupent toutes trois. Il importe donc de dégager et mettre à jour la formalité spéciale de la quantité que chacune considère.

Examinons brièvement le cas de la métaphysique et celui de la science naturelle, en vue de les éliminer. Que la métaphysique doive, à sa façon, traiter de la quantité, rien n'est plus normal. Le sujet propre et spécificateur de la métaphysique, c'est l'être en tant qu'être, *ens ut ens*. Cette formule ne limite pas la métaphysique à l'être pris dans toute son universalité, car elle atteint également tout être particulier de nature déterminée; seulement, tandis qu'une discipline particulière envisage une nature déterminée comme nature déterminée, la métaphysique, elle, considérera la même nature sous l'aspect commun d'être.[1] Et c'est ainsi que la quantité, mode particulier d'être, entité de nature déterminée, tombera sous l'emprise de la métaphysique qui l'envisagera comme être et rien de plus. D'emblée, on constate que la quantité n'est pas le sujet adéquat de la métaphysique, mais n'en forme qu'une minime partie. Et encore faut-il ajouter que la métaphysique regarde cette entité limitée d'un point de vue très général et commun. Le métaphysicien considère en effet l'*ens quantum* non pas *ut quantum*, mais *ut ens*.[2] Que devient alors le rôle précis de la métaphysique vis-à-vis de la quantité ? Ce sera de révéler ce qu'elle est,

---

1. Notons, entre autres, quelques brefs passages de saint Thomas sur le sujet. « Haec scientia (metaphysica) considerat de ente et de uno, et de his quae consequuntur ad ens inquantum hujusmodi. . . . Ostendit differentiam hujus scientiae ad alias, per hoc quod considerat principia entis inquantum est ens » (*In VI Metaph.*, lect.4, n.1144). Plus loin dans la même leçon, on lit: « Et tractat unaquaeque (scientia particularis) circumscripte de ‹ suo genere subjecto ›, idest ita de isto genere, quod non de alio: sicut scientia quae tractat de numero, non tractat de magnitudine. Nulla enim earum determinat ‹ de ente simpliciter ›, idest de ente in communi, nec etiam de aliquo particulari ente inquantum est ens . . . De quolibet enim ente inquantum est ens, proprium est metaphysici considerare ».

2. Cf. S. Thomas, *In De Trin.*, q.5, a.4, ad 6: « Metaphysicus considerat etiam de singularibus entibus, non secundum proprias rationes, per quas sunt tale vel tale ens, sed secundum quod participant communem entis rationem, et sic etiam pertinet ad ejus considerationem materia et motus ».

d'en dégager les principes, de la diviser en espèces et sous-espèces et de définir chacune.[1]

La science naturelle doit, elle aussi, traiter de la quantité. La raison fondamentale de cette obligation est évidente: c'est que toutes les les entités naturelles sont quantitatives puisque le sujet propre de cette discipline, à savoir le mouvement, présuppose la quantité.[2] À cette raison foncière, d'autres s'ajoutent; de portée plus limitée, elles sont en revanche plus manifestes. L'expérience nous montre que l'immense majorité des entités mobiles et sensibles possèdent une figure déterminée, un contour précis. La figure n'est pas assurément la quantité elle-même, mais une qualité propre à la quantité: c'est la façon dont la quantité d'un être mobile est terminée.[3] Et c'est sous cet aspect de terme de la quantité d'un être mobile que le naturaliste considérera souvent, et avec grand profit, la quantité.[4] Qu'il soit zoologiste, botaniste, biologiste ou même géologue, il trouvera là un critère sans pareil pour la distinction et la classification des espèces et sous-espèces naturelles.[5]

---

1. Cf. S. THOMAS, *In VI Metaph.*, lect.1, n.1149: « Sicut geometria accipit quid est magnitudo a philosopho primo ».

2. Cf. S. THOMAS, *In De Trin.*, q.5, a.3, c.: « . . . nec etiam potest intelligi esse subjectum motus, quod non intelligitur quantum ». Plus loin, il ajoute: « Motus secundum naturam suam non pertinet ad genus quantitatis, sed participat aliquid de natura quantitatis aliunde, secundum quod divisio motus sumitur vel ex divisione spatii, vel ex divisione mobilis; et ideo considerare motum non pertinet ad mathematicum, sed tamen principia mathematica ad motum applicari possunt . . . » (*Ibid.*, ad 5.)

3. Cf. S. THOMAS, *In VII Phys.*, lect.5: « Figura importat terminationem quantitatis; est enim figura, quae termino vel terminis comprehenditur ». Et dans ses *Éléments* (Liv.1, déf.14) Euclide avait déjà proposé la définition suivante: « Une figure est ce qui est compris par une seule ou par plusieurs limites ».

4. Saint Thomas écrit: « Naturalis quidem considerat de corporibus inquantum sunt mobilia, de superficiebus autem et lineis inquantum sunt termini corporum mobilium » (*In I De Coelo*, lect.1, n.7).

5. Saint Thomas a bien mis en lumière l'importance de ce critère dans les deux passages qui suivent: « Signum autem speciei in rebus corporeis maxime videtur figura. Videmus enim quod diversorum animalium secundum speciem sunt diversae figurae; non autem diversi colores. Unde si depingatur color alicuius rei in pariete, non dicitur imago nisi depingatur figura » (*Ia*, q.35, a.1, c.). Il écrit encore: « Inter omnes qualitates, figurae maxime consequuntur et demonstrant speciem rerum. Quod maxime in plantis et animalibus patet, in quibus nullo certiori judicio diversitas specierum dijudicari potest quam diversitate figurarum. Et hoc ideo, quia sicut quantitas proprinquissime se habet ad substantiam inter alia accidentia, ita figura, quae est qualitas circa quantitatem, proprinquissime se habet ad formam substantiae » (*In VII Phys.*, lect.5).

Ce critère n'a rien perdu de sa valeur. Son usage s'est même étendu à des disciplines nouvelles, inexistantes au temps où saint Thomas traçait les lignes précédentes. La minéralogie contemporaine, par exemple, base sa classification des minéraux sur la composition chimique et sur la structure cristalline. Le cristal présente en effet une structure, i.e., un arrangement déterminé de figures géométriques. Comme chaque substance particulière possède sa propre composition cristalline, il est naturel que la minéralogie trouve là un moyen utile pour distinguer entre eux les différents minéraux.

Résumons ainsi. La science naturelle considère l'être quantifié, l'*ens quantum*; mais ce n'est ni comme *ens* à l'instar de la métaphysique, ni comme *quantum*, mais comme *mobile*.

Que reste-t-il, dans la quantité, dont le mathématicien puisse faire le sujet de sa considération propre ? On répond que sa fonction propre, c'est d'étudier la quantité comme quantité. Or, ajoute-t-on, la quantité comme quantité, c'est la quantité comme mesurable, i.e., la quantité connue par voie de mesure. La mathématique aura donc comme sujet propre la quantité comme mesurable: tout ce qu'atteindra le mathématicien, dans la quantité, il y parviendra grâce à la mensuration.

Il nous incombe d'établir, sans délai, l'équivalence que nous venons de poser entre quantité comme telle et quantité comme mesurable. Pour cela, revenons à la notion même de quantité. Posséder des parties intégrantes, homogènes entre elles, extérieures les unes aux autres, telle est la nature propre de l'*ens quantum*. Or, quand on dit *ens quantum ut quantum*, l'on use d'une réduplication et, par là même, on entend désigner une formalité bien précise à l'exclusion de toutes les autres. Dans le cas présent, ce qu'on entend signifier, c'est cette présence de parties intégrantes, homogènes et extérieures les unes aux autres, et rien d'autre. On écarte ainsi, et du même coup, toute autre formalité, car, ne l'oublions pas, l'*ens quantum* n'exite pas à l'état pur dans la réalité extra-mentale; il se trouve dans un sujet de nature déterminée et accompagné de maints accidents et de maintes qualités sensibles. Déterminer du *quantum ut quantum*, ce n'est pas chercher à dire le *quid est* de la substance qui héberge la quantité, ni celui de la quantité elle-même; ce n'est pas colliger les accidents et qualités sensibles de cette substance pour en dire le *quale*; c'est uniquement et exclusivement révéler le *quantum*, i.e., déterminer le combien ou la pluralité des parties d'une entité, la dimension de ces parties et, peut-être aussi, leur disposition dans le tout. Quoi d'autre pourrait-on trouver dans une entité qui réside tout entière dans une homogénéité de parties extérieures les unes aux autres ? Réalité extrêmement pauvre et dépouillée, la quantité n'a rien d'autre à offrir à la connaissance que le combien et la disposition de ses parties.

Or, comment parvient-on à une connaissance de cette sorte ? Par rien d'autre qu'un processus de mensuration, c'est-à-dire en comparant l'entité à connaître avec une autre de même nature, prise comme base de comparaison ou unité de mesure et, à ce titre, plus connue. Connaître la quantité comme quantité, c'est donc la connaître par voie de mensuration et comme mesurable.

La doctrine exposée est claire et nette. Mais, correspond-elle à la pensée d'Aristote et de saint Thomas? Voilà une question fort pertinente, une question impossible à éluder. Car, il faut le reconnaître, ni Aristote, ni Albert le Grand, ni Thomas d'Aquin ne nous ont, en aucun endroit, laissé un exposé *ex professo* et complet de cette doctrine. Ce

n'est toujours qu'en étudiant d'autres sujets, qu'ils nous ont livré certaines réflexions et observations sur les mathématiques en général et sur notre problème particulier. Nous ne sommes jamais qu'en présence de vues partielles et d'aperçus fragmentaires. Toutefois, lorsqu'on réunit et rapproche ces pièces éparpillées, on ne peut s'empêcher de reconnaître qu'elles forment un faisceau convergent qui découpe une image bien nette et révèle une conception cohérente et déterminée.

Il reste maintenant à justifier cette doctrine et, ce faisant, à montrer qu'elle est bien celle d'Aristote et de Thomas d'Aquin. À cette fin, il faut établir deux points: (1) que la mathématique considère la quantité comme quantité et, par là, se distingue de la métaphysique et de la science naturelle; (2) qu'il y a équivalence entre quantité comme quantité et quantité comme mesurable.

Deux textes principaux garantissent la première conclusion. Le premier même s'il ne mentionne que l'arithmétique, suffit quand même à établir la diversité des rôles de la métaphysique et de la mathématique vis-à-vis de la quantité:

> Nulla enim earum (scientiarum particularium) determinat « de ente simpliciter », idest de ente in communi, nec etiam de aliquo particulari ente inquantum est ens. Sicut arithmetica non determinat de numero inquantum est ens, sed inquantum est numerus. De quolibet enim ente inquantum est ens, proprium est metaphysici considerare.[1]

Le second passage met directement en cause la géométrie et la science naturelle, distinguant leurs points de vue respectifs sur la quantité:

> Naturalis quidem considerat de corporibus inquantum sunt mobilia, de superficiebus autem et lineis inquantum sunt termini corporum mobilium; geometra autem considerat de eis prout sunt quaedam *quanta mensurabilia*...
>
> . . . . . .
>
> Per quod datur intelligi quod ad naturalem pertinet praecipue considerare de corpore inquantum est in genere substantiae, sic enim est subjectum motus; ad geometram autem inquantum est *in genera quantitatis*, sic enim *mensuratur*.[2]

Ce dernier texte justifie également notre seconde conclusion: il établit la connexion entre quantité comme quantité et quantité comme mesurable. Aristote et saint Thomas associent toujours très étroitement la quantité à la mesure et à la mensuration. Reprenant presque mot pour mot le texte de la *Métaphysique* d'Aristote au chapître de la quantité, saint Thomas écrit: « Utrumque autem eorum habet rationem quanti, inquantum multitudo numerabilis est — numérabilité étant

---

1. S. Thomas, *In VI Metaph.*, lect.1, n.1147. Voir aussi Jean de St-Thomas, *Curs. phil.*, éd. Reiser, T.II, q.1, a.2, p.19.

2. S. Thomas, *In I De Coelo*, lect.1, n.7.

un terme plus propre pour signifier la mensurabilité de la multitude — et magnitudo est mensurabilis ».[1] L'évaluation de la quantité, i.e., la connaissance de la quantité comme quantité, est liée à un processus de mensuration et à une unité de mesure. Aussi lisons-nous dans le Docteur Angélique: « Ratio mensurationis consistit in hoc quod fiat certitudo de quantitate alicujus determinata » [2] et, ailleurs: « Mensura nihil aliud est quam id quo quantitas rei cognoscitur ».[3]

Il existe peu de domaines où il ne puisse être question de mensuration; tout se mesure, à peu d'exceptions près. Mais il faut reconnaître que la mesure et la mensuration regardent d'abord et avant tout la quantité; puis, au sein de la quantité, elles regardent d'abord le nombre; finalement, à l'intérieur du nombre, l'unité. Saint Thomas écrit en en ce sens:

> Unde relinquitur quod omnis quantitas cognoscitur per unum. Addit autem (Aristotelis) « inquantum quantitas », ut hoc referatur ad mensuram quantitatis. Nam proprietates et alia accidentia quantitatis alio modo cognoscuntur. »[4]

Nous avons probablement là le texte le plus explicite auquel nous puissions recourir pour justifier l'équivalence entre quantité comme quantité et quantité comme mesurable.

Le sujet de l'arithmétique, telle que conçue par nos deux philosophes, fournit une raison additionnelle en faveur de la présente thèse. Jamais ni l'un ni l'autre ne proposent la multitude comme sujet de l'arithmétique, c'est toujours le nombre qu'ils proposent. Or, la notion de nombre ajoute l'idée de mesure à celle de pluralité: « Addit enim numerus super multitudinem rationem mensurationis; est enim numerus multitudo mensurata per unum ».[5]

D'autres textes d'Aristote et de saint Thomas pourraient être invoqués à l'appui de notre thèse. Nous croyons toutefois assez nombreux et suffisamment probants ceux que nous avons utilisés. Mais, en guise de confirmation additionnelle, tournons-nous vers les traités de mathématiques eux-mêmes et jetons-y un bref regard. Qu'y trouvons-nous? En arithmétique ou théorie des nombres, nous rencontrons différentes catégories de nombres: pairs et impairs, premiers et composés, parfaits, amicaux, etc. . . . Or toutes ces catégories de nombres sont définies en termes de diviseurs ou de mesures. La géométrie élémentaire et euclidienne nous offre une situation analogue: figures et configurations se définissent et se différencient les unes des autres, explicitement ou

---

1. S. Thomas, *In V Metaph.*, lect.15, n.978.
2. S. Thomas, *De Ver.*, q.2, a.9, ad 10.
3. S. Thomas, *In X Metaph.*, lect.2, n.1938.
4. *Ibid.*, n.1938.
5. *Ibid.*

implicitement, en termes de mesure. Arrêtons-nous seulement aux figures élémentaires comme le triangle, le carré, le rectangle, le losange . . .: toutes se différencient par le nombre de leurs côtés, par la disposition de leurs parties, par la longueur de leurs côtés, par la grandeur de leurs angles, donc, par voie de mesure. Mais, inutile de prolonger la liste: dans chaque cas, de près ou de loin, nous voyons intervenir la mesure.

Concluons d'un mot. Telle est la façon dont nous apparaît le sujet des mathématiques dans la conception aristotélicienne et thomiste. Nous espérons avoir fait justice à Aristote et à Thomas d'Aquin. Et nos considérations ne préjugent en rien de la position des mathématiciens contemporains sur le sujet des mathématiques actuelles.

Louis-Émile BLANCHET.